Сложное сопротивление

Косой изгиб

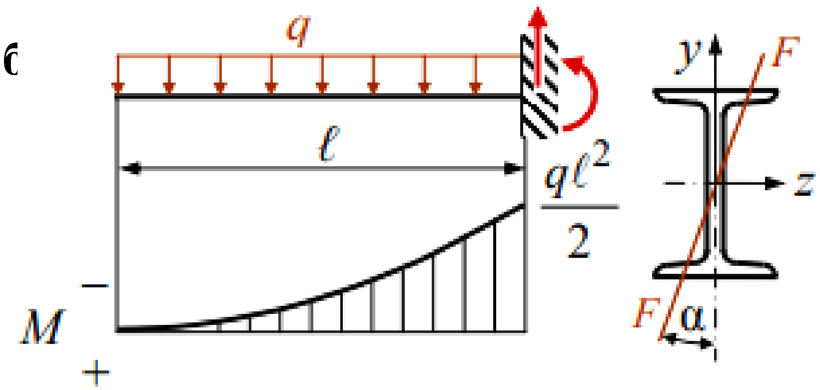
Изгиб с растяжением

Изгиб с кручением

Косой изгиб

Пример 1.

Подобрать размер двутавра для консольной б нагруженной распределенной нагрузкой.



Дано: $q = 5$ кН/м; $\alpha = 10°$;
$\ell = 2$ м; $[\sigma] = 200$ МПа.

Решение. **Из условия прочности при косом изгибе**

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_z}\left(\cos\alpha + \frac{W_z}{W_y}\sin\alpha\right) \le [\sigma]$$

требуемый момент сопротивления

$$W_z \ge \frac{M_{max}}{[\sigma]}\left(\cos\alpha + \frac{W_z}{W_y}\sin\alpha\right),$$

где $M_{max} = q\ell^2/2 = 5\cdot 4/2 = 10$ кН·м;

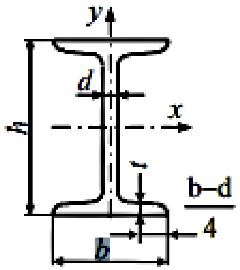
$$W_z \ge \frac{10\cdot 10^3}{200\cdot 10^6}(0{,}985 + 10\cdot 0{,}174) = 136\cdot 10^{-6}\,м^3.$$

Принимаем двутавр № 18: $W_z = 143$ см^3; $W_y = 18{,}4$ см^3.

Поверочный расчет: $\sigma_{max} = \dfrac{10\cdot 10^3}{143\cdot 10^{-6}}\left(0{,}985 + \dfrac{143}{18{,}4}0{,}174\right) = 163$ МПа.

Недогрузка $\dfrac{200-163}{200}100 = 18{,}2\ \%$.

Принимаем двутавр № 16: $W_z = 109$ см^3; $W_y = 14{,}5$ см^3.



Двутавры стальные горячекатаные (ГОСТ 8239–89)

A – площадь поперечного сечения; *S* – статический момент полусечения;
I – момент инерции; *i* – радиус инерции;
W – момент сопротивления;

№	*h*, мм	*b*, мм	*d*, мм	*t*, мм	*A*, см^2	*m*, кг	I_x, см^4	W_x, см^3	i_x, см	S_x, см^3	I_y, см^4	W_y, см^3	i_y, см
10	100	55	4,5	7,2	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	11,5	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	13,7	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	15,9	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	18,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18а	180	100	5,1	8,3	25,4	19,3	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12
20	200	100	5,2	8,4	26,8	21,0	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
20а	200	110	5,2	8,6	28,9	22,7	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	220	110	5,4	8,7	30,6	24,0	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22а	220	120	5,4	8,9	32,8	25,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50
24	240	115	5,6	9,5	34,8	27,3	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24а	240	125	5,6	9,8	37,5	29,4	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	270	125	6,0	9,8	40,2	31,5	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27а	270	135	6,0	10,2	43,2	33,9	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	300	135	6,5	102	46,5	33,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69

Поверочный расчет: $\sigma_{max} = \frac{10 \cdot 10^3}{109 \cdot 10^{-6}}\left(0{,}985 + \frac{109}{14{,}5}0{,}174\right) = 210$ МПа.

Перегрузка $\frac{200-210}{200}100 = -5$ %. Такая перегрузка допустима.

Напряжения при плоском изгибе, то есть при $\alpha = 0$

$$\sigma_{\alpha=0} = \frac{M_{max}}{W_z} = \frac{10 \cdot 10^3}{109 \cdot 10^{-6}} = 91{,}7 \text{ МПа}.$$

Сопоставление напряжений при косом и плоском изгибах:

$$\frac{\sigma_{max}^{к}}{\sigma_{max}^{п}} = \frac{210}{91{,}7} = 2{,}29.$$

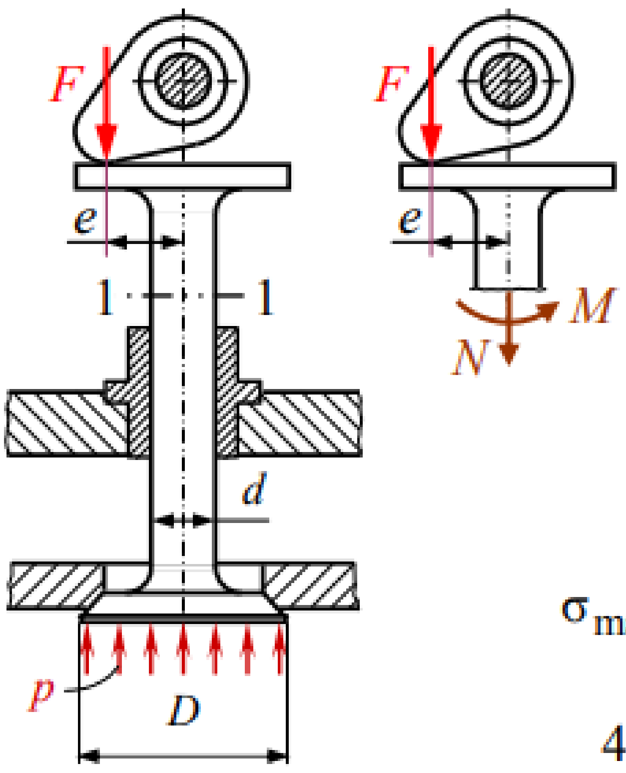
Вывод: напряжения при косом изгибе больше, чем при плоском изгибе в 2,29 раз. Косой изгиб опаснее плоского.

Изгиб с растяжением

Пример 2.

Подобрать диаметр стержня выпускного клапана. При расчете использовать усилие *F* в момент открывания клапана в конце рабочего хода поршня.

Дано: $p = 1{,}5$ МПа; $e = 12$ мм;
$D = 35$ мм; $[\sigma] = 210$ МПа



Решение. Сила давления газов на тарелку клапана

$$F = p \cdot A_{клап} = p\frac{\pi}{4}D^2 = 1{,}5\frac{\pi}{4}35^2 = 1443 \text{ Н}.$$

Внутренние усилия в сечении 1-1 стержня клапана (по модулю):

$$N = F;\ M = F \cdot e.$$

Условие прочности:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A} + \frac{M}{W} \le [\sigma]; \quad \sigma_{max} = \frac{F \cdot 4}{\pi d^2} + \frac{F \cdot e \cdot 32}{\pi d^3} \le [\sigma].$$

$$\frac{4F}{\pi d^3}(d + 8e) \le [\sigma], \qquad \text{откуда} \quad d \ge \sqrt[3]{\frac{4F}{\pi[\sigma]}(d + 8e)}.$$

По обе стороны от знака неравенства искомый диаметр – имеем трансцендентное уравнение, которое решаем методом приближений:

$$d_0 = 0; \qquad d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 1443}{\pi \cdot 210}\left(0 + 8 \cdot 12\right)} = 9{,}435 \text{ мм}.$$

$$d_2 \geq \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 1443}{\pi \cdot 210}\left(9{,}435 + 8 \cdot 12\right)} = 9{,}735 \text{ мм}.$$

$$d_3 \geq \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 1443}{\pi \cdot 210}\left(9{,}735 + 8 \cdot 12\right)} = 9{,}744 \text{ мм}.$$

Разность между последним и предпоследним приближениями

$$\frac{9{,}744 - 9{,}735}{9{,}744} 100 = 0{,}0924\ \%.$$

Процесс подбора прекращаем, принимаем $d = 10$ мм.

Проверка:

$$\sigma = \frac{F \cdot 4}{\pi d^2} + \frac{F \cdot e \cdot 32}{\pi d^3} = \frac{1443 \cdot 4}{\pi \cdot 100} + \frac{1443 \cdot 12 \cdot 32}{\pi \cdot 1000} = 18{,}4 + 176{,}4 = 194{,}8 \text{ МПа}$$

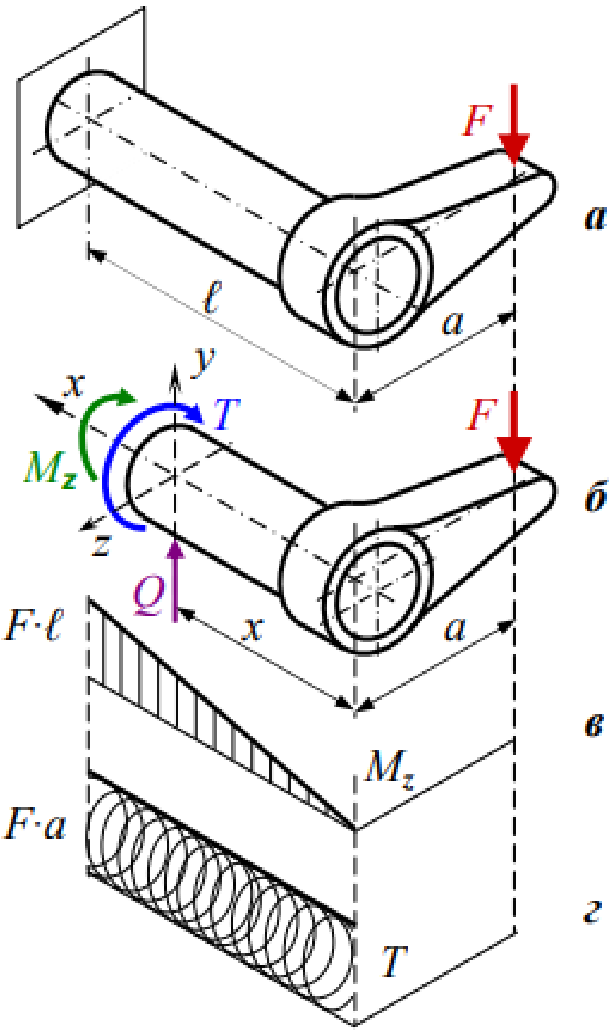
Напряжения изгиба больше напряжений растяжения в

$$\frac{\sigma_{\text{изг}}}{\sigma_{\text{раст}}} = \frac{176{,}4}{18{,}4} = 9{,}6 \text{ раза}.$$

Изгиб с кручением

Пример 3.

Вал с кривошипом подвергается действию силы F = 3,5 кН.
Определить диаметр вала по третьей теории прочности при [σ] = 160 МПа; ℓ = 50 см, а = 10 см.



Решение:

Внутренние усилия определяем методом сечений:
- рассекаем вал на две части в произвольном сечении x;
- отбрасываем одну из частей (б);
- заменяем действие отброшенной части внутренними усилиями и в координатной системе *xyz* составляем уравнения статики

$$\sum x = 0; \quad N = 0; \quad \sum M_x = 0; \quad T = -F \cdot a;$$
$$\sum y = 0; \quad Q_y = F; \quad \sum M_y = 0; \quad M_y = 0;$$
$$\sum z = 0; \quad Q_z = 0; \quad \sum M_z = 0; \quad M_z = -F \cdot x.$$

Строим эпюры изгибающего и крутящего моментов, действующих в поперечных сечениях вала (*в* и *г*).

Находим приведенный момент в опасном сечении – в защемлении:

$$M_{\text{прив}} = \sqrt{M_z^2 + T^2} = \sqrt{(-F\ell)^2 + (-Fa)^2} =$$
$$= F\sqrt{\ell^2 + a^2} = 3500\sqrt{0{,}5^2 + 0{,}1^2} = 1785 \text{ Н·м}.$$

Из условия прочности при изгибе с кручением $\sigma_{\text{экв}} = \dfrac{M_{\text{прив}}}{W_{\text{ос}}} \le [\sigma]$.

находим момент сопротивления $W_{\text{ос}} = \dfrac{M_{\text{прив}}}{[\sigma]} = \dfrac{\pi}{32} d^3$

откуда

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{32 M_{\text{прив}}}{\pi[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1785}{\pi \cdot 160 \cdot 10^6}} = 0{,}0484 \text{ м}$$

Округлив до большего значения, принимаем диаметр вала *d = 50 мм.*